

# Seminario de Postgrado

**Título:** EL ESPACIO TRANSNEPTUNIANO  
Distribución de inclinaciones

## 1 Paper: Brown, M., 2001: The inclination distribution of the Kuiper Belt

En este trabajo se desarrolla un método para determinar la distribución de inclinaciones sin bias del EKB usando solo la inclinación y la latitud en la fecha de descubrimiento de los EKBO conocidos.

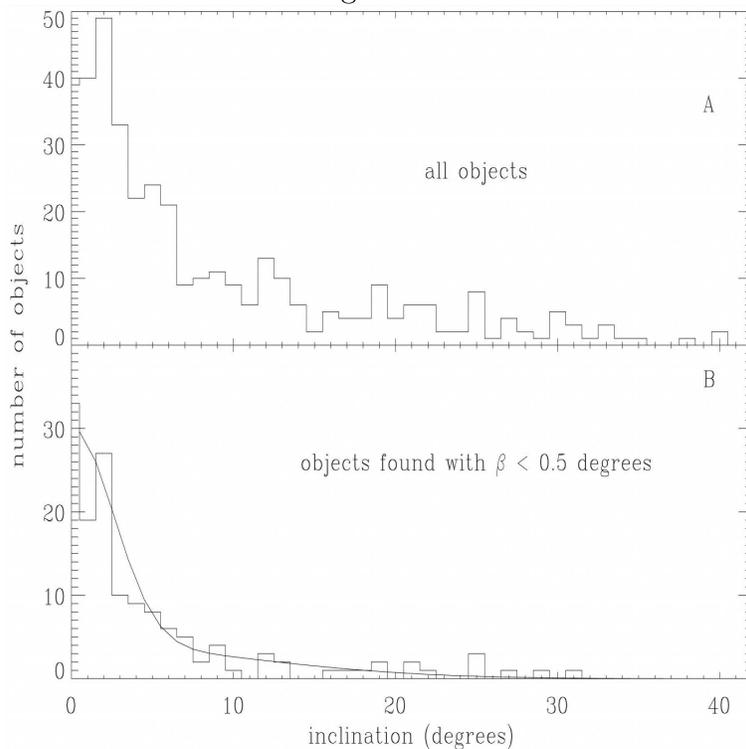
Como ya mencionamos, las observaciones cerca de la eclíptica tienen un fuerte bias hacia el descubrimiento de objetos de baja inclinación los cuales pasan la mayoría del tiempo cerca de la eclíptica, mientras que observaciones fuera de la eclíptica tienen probabilidad nula de detectar objetos con inclinaciones más bajas que la latitud ecliptical observada. Por tanto la distribución de inclinaciones de los EKBO observados no es representativa de la distribución total de los EKBOs. El método más directo para determinar la distribución de inclinaciones de los EKBOs sería muestrear un rango de latitudes eclipticales y medir la densidad de EKBOs en cada latitud. Pero esto necesitaría mucho tiempo de telescopio y encontraría un número limitado de objetos, particularmente en latitudes altas donde las densidades son bajas. Como una alternativa más eficiente, se desarrolló un método para usar cada EKBO conocido, que tiene en cuenta el hecho de que cada EKBO descubierto puede considerarse una prueba instantánea de la distribución de inclinaciones en la latitud a la cual se descubre el objeto.

### 1.1 Definiciones y derivaciones

La distribución de inclinaciones del EKB se define como la distribución total de inclinaciones de todos los objetos en el cinturón, la llamaremos *distribución total* de  $i$ :  $f_t(i)$ .

Llamaremos *distribución ecliptical de inclinaciones*:  $f_e(i)$  a la distribución de  $i$  de EKBO cuando cruzan la eclíptica en cualquier momento. Como la mayoría de los surveys son cerca de la eclíptica la distribución observada de los EKBOs conocidos es similar a la  $f_e(i)$  ver fig. 1a.

Figure 1:

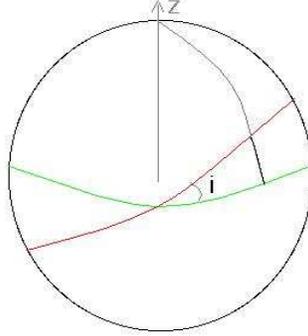


Una mejor aproximación de la distribución ecliptical de inclinaciones es la distribución de inclinaciones de los EKBOs descubiertos con baja latitud ecliptical (ver fig. 1b). Otra cantidad relacionada es:

$L(\beta)$ : que es la *distribución de latitudes* o sea la distribución del número de EKBOs como función de la latitud ecliptical.

Para un objeto en órbita circular, con inclinación  $i$ , la fracción de su órbita en la que se encuentra con una latitud ecliptical menor o igual que  $\beta$  es:

Figure 2:



$$F(\beta) = \frac{2}{\pi} \text{sen}^{-1}[\min(\frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}i}, i)] \quad (1)$$

Esto representa una distribución acumulada de latitudes. Estamos suponiendo que la latitud geocéntrica es igual a la heliocéntrica, lo cual es válido para objetos lejanos como los TNOs.

La distribución de latitudes para un objeto con inclinación  $i$  será la derivada de la distribución acumulada:

$$L_i(\beta) = \frac{F(\beta)}{d\beta} = \frac{\cos\beta}{(\text{sen}^2 - \text{sen}^2\beta)^{1/2}} \quad (2)$$

En la eclíptica,  $L_i = 1/\text{sen}i$ . Si un conjunto de objetos se encuentra en la eclíptica con una distribución de inclinaciones eclíptica de  $f_e(i)$ , la distribución total de inclinaciones puede calcularse ahora pesando cada detección por la inversa de la probabilidad de encontrar un objeto en la eclíptica. Esto es porque por un lado la función distribución en la eclíptica, si está normalizada, es equivalente a la probabilidad de encontrar un objeto en la eclíptica. Entonces la función distribución total por la probabilidad de encontrar un objeto en la eclíptica da la distribución de inclinaciones eclíptica.

Entonces encontramos que:

$$f_t(\beta) = \text{sen}i f_e(i) \quad (3)$$

Notar que cualquier distribución total de inclinaciones debe aproximarse a cero para inclinaciones igual a cero.

La distribución de latitudes para todas las inclinaciones se obtiene integrando  $L_i(\beta)$  sobre la distribución total de inclinaciones:

$$L(\beta) = \int_{\beta}^{\pi/2} f_t(i) \frac{\cos\beta}{(\sin^2 i - \sin^2\beta)^{1/2}} di \quad (4)$$

El límite inferior  $\beta$  es porque las observaciones fuera de la eclíptica tienen probabilidad nula de detectar objetos con inclinaciones más bajas que la latitud ecliptical observada.

Para demostrar las diferencias entre la distribución total de inclinaciones, la distribución ecliptical y la latitudinal, consideraremos el caso hipotético de una distribución isotrópica de objetos. Esta distribución se puede obtener poniendo objetos en un lugar arbitrario en el espacio y dándole movimientos en direcciones igualmente arbitrarias. Para una distribución así, la distribución de inclinaciones ecliptical es uniforme, ya que en la eclíptica como en los demás puntos, la dirección del movimiento es arbitraria. La distribución de latitudes será proporcional al área en cada latitud, la ec. 5 da  $L(\beta) = \cos\beta$ . Finalmente, la distribución total será  $f_t(i) = \sin i$  de la ec. 4.

## 1.2 Método

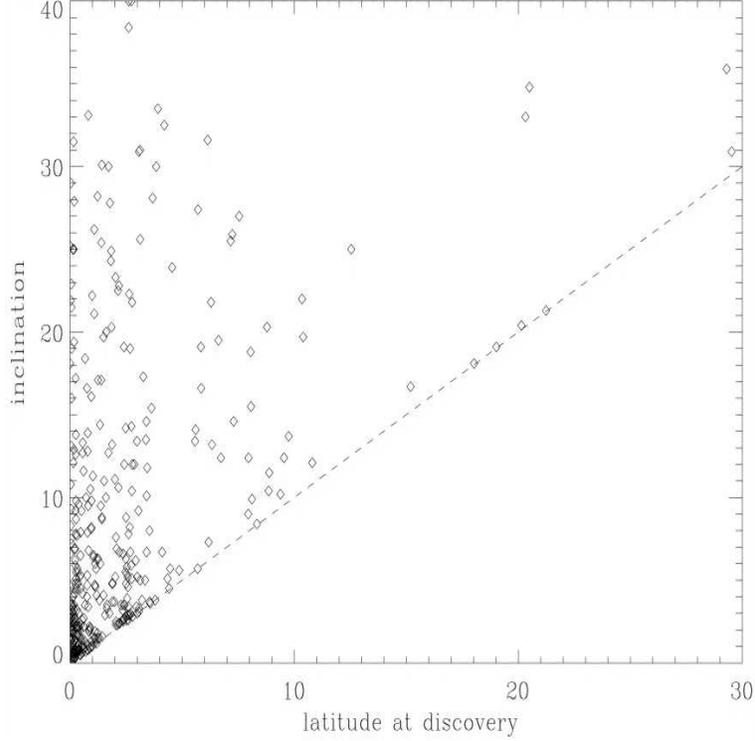
### 1.2.1 Los datos

Se toman del MPC los elementos orbitales y fechas de descubrimiento de todos los EKBOs conocidos. La latitud ecliptical se determina de los elementos orbitales, calculando las posiciones en la fecha de descubrimiento. En la fig 3 se muestra la latitud ecliptical en el momento de descubrimiento versus la inclinación de los 344 EKBOs descubiertos hasta octubre de 2000. Se puede observar el bias antes mencionado: para una latitud ecliptical  $\beta$  no se han descubierto objetos con  $i < \beta$ . También se observa las observaciones a una latitud ecliptical  $\beta$  son propensas a encontrar objetos con  $i \sim \beta$ , como se ve de la ec. 1.

### 1.2.2 Aproximación de la distribución de inclinaciones eclíptica

Podemos aproximar  $f_e(i)$  determinando la distribución de inclinaciones de todos los objetos que fueron detectados en la eclíptica. En la práctica, se

Figure 3:



usan todos los objetos con  $\beta < 0.5^\circ$  (ver fig 1b), estos son 143 objetos. Esta aproximación de  $f_e(i)$  se ajusta bien por dos Gaussianas,

$$f_e(i) = a \exp\left(\frac{-i^2}{2\sigma_1^2}\right) + (1 - a) \exp\left(\frac{-i^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (5)$$

donde  $a = 0.89$ ,  $\sigma_1 = 2.7^\circ$  y  $\sigma_2 = 13.2^\circ$

La distribución total de inclinaciones, se obtiene multiplicando esta ec. por el  $sen i$  (de la ec. 4):

$$f_t(i) = sen i \left[ a \exp\left(\frac{-i^2}{2\sigma_1^2}\right) + (1 - a) \exp\left(\frac{-i^2}{2\sigma_2^2}\right) \right] \quad (6)$$

Esto es una estimación inicial de la  $f_t(i)$ .

Por otro lado realizan una serie de simulaciones de multiples perturbaciones en un disco de inclinaciones iniciales igual a cero y encuentran  $f_e(i)$  es muy bien ajustada por la distribución de la ec 6. La distribución de inclinaciones de los asteroides también es ajustada por una Gaussiana.

El hecho de que la distribución de inclinaciones de los EKBOs se ajuste por dos gaussianas en vez de una sugiere la existencia de al menos dos clases de objetos con diferentes historias dinámicas.

Pero, aunque la  $f_t(i)$  determinada antes es útil, no es ideal ya que usa solo 143 objetos de los 379 conocidos. Por tanto la estadística no es tan buena. En particular hay pocos objetos con  $i$  alta por los bias, si uno dividiera en clases el nro sería aun más bajo, etc.

Por estas razones, desarrollamos un método más general para determinar la distribución de  $i$  que nos permite usar todos los datos disponibles.

### 1.2.3 Cálculo de la distribución total de inclinaciones

No existe un método obvio para obtener  $f_t(i)$  directamente de los datos. Por tanto se resuelve el siguiente problema. Se toman una serie de distribuciones hipotéticas y se determina la probabilidad de que los objetos observados puedan derivarse de tales distribuciones. De estas probabilidades se puede determinar el mejor ajuste de las distribuciones hipotéticas, dentro de rangos aceptables.

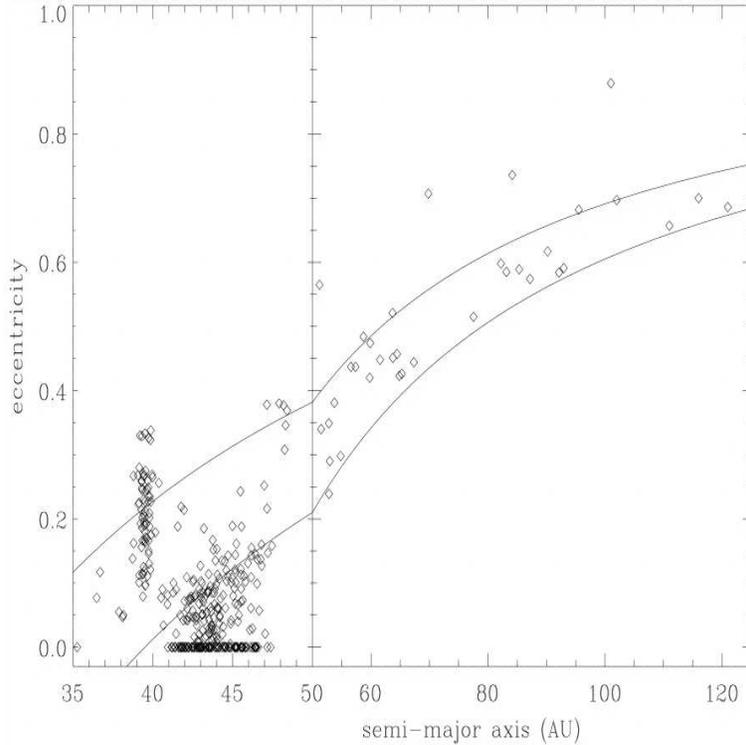
## 1.3 Análisis

Un gráfico de semieje mayor vs inclinación de todos los EKBOs sugiere que las diferentes clases dinámicas tienen diferentes distribuciones de inclinación. Entonces se analiza cada clase separadamente.

La separación entre las clases se puede ver en la fig. 4 (6 del paper).

Se observan los plutinos en resonancia 3:2 con Neptuno en  $\sim 39$  UA. También hay objetos en la resonancia 2:1 en 48 UA. Más allá de 50 UA aparece otra clase obvia, los SDOs que tienen mayormente excentricidades altas y perihelios entre 30 y 40 UA. Además, También hay objetos con  $q$  menor que 30, pero parecen ser Centauros más que SDOs. La presencia o ausencia de estos objetos no afecta a los resultados finales. Los SDOs no tienen necesariamente semiejes mayores que 50 UA, muchos de los objetos entre 40 y 50 UA tienen excentricidades más grandes que el resto de la

Figure 4:



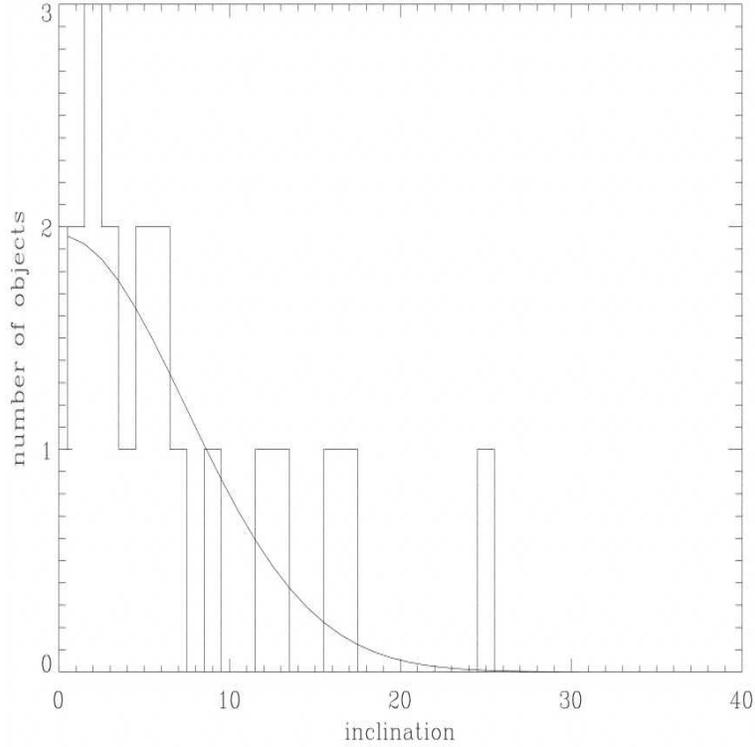
población y tienen perihelios en el rango de los SDOs. Por tanto incluimos a estos objetos en nuestra lista de SDOs. Esto no afecta los resultados. Los objetos restantes entre 40 y 48 UA en órbitas de baja e son los CEKBOs

### 1.3.1 EKBOs resonantes

De los objetos resonantes solamente los plutinos tienen una población conocida suficientemente grande como para permitir una estadística para tratar de determinar la distribución de inclinaciones. Para obtener una primera aproximación de la distribución de inclinaciones eclíptica, miramos la distribución de los 20 plutinos encontrados en latitudes menores a  $0.5^\circ$  (fig. 5, 7 del paper). Esta distribución se ajusta bien con una Gaussiana con  $\sigma = 7.4^\circ$ . Entonces usamos una Gaussiana simple multiplicada por el sen  $i$  para la

distribución total de inclinaciones, en el método estadístico desarrollado. El mejor ajuste da una Gaussiana de ancho  $\sigma = 10.2^\circ \pm_{1.8}^{2.5}$  en acuerdo con la estimación de la distribución de inclinaciones eclíptica.

Figure 5:

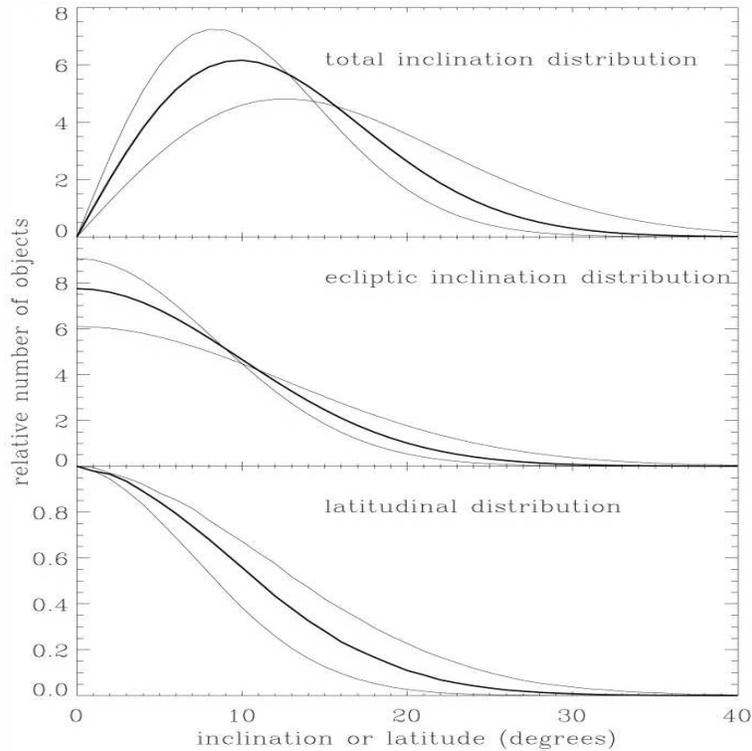


Dada la distribución total de inclinaciones podemos calcular las distribuciones de inclinación eclíptica y de latitudes para el modelo dentro de  $1 \sigma$ . (fig. 6 o 9 del paper)

### 1.3.2 EKBOs clásicos

Estiman la distribución eclíptica de inclinaciones de los 111 CEKBOs con  $\beta < 0.5^\circ$ . Una Gaussiana simple ajusta pobremente a los datos. Un mejor ajuste se tiene de la suma de dos Gaussianas con  $a = 0.9$ ,  $\sigma_1 = 2.2^\circ$  y  $\sigma_2 = 8.8^\circ$  (ver fig 7 o 10 de paper).

Figure 6:

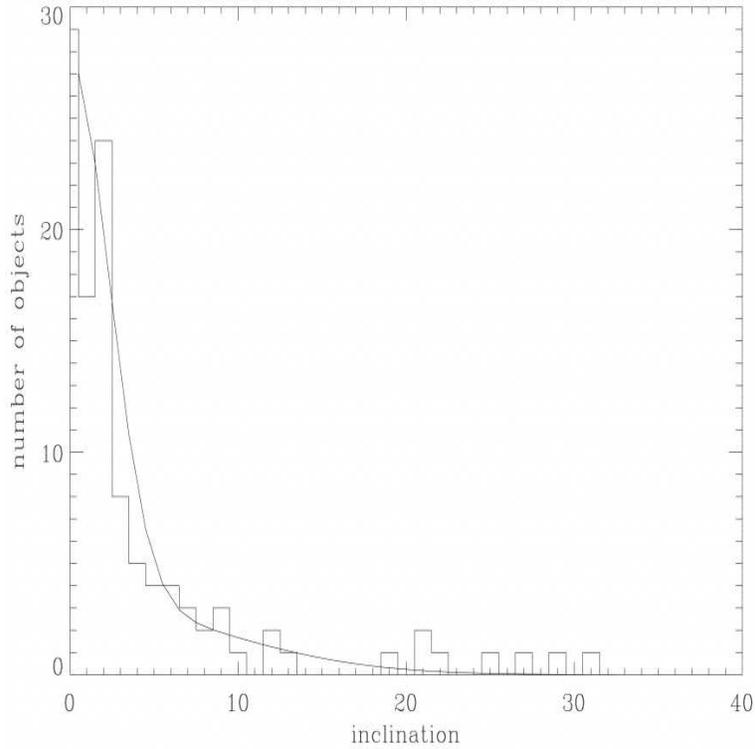


Esta distribución parece diferente de la de los EKBOs resonantes. El test de K-S del método que usan permite además calcular la probabilidad de que estos dos conjuntos de inclinaciones provengan de la misma distribución. Se obtiene que las dos distribuciones no provienen de la misma distribución intrínseca con un 93.4% de confiabilidad. Por esto se los trata por separado de los resonantes.

Prueban con una distribución de inclinaciones dada por una Gaussiana simple por el  $\sin(i)$  y da muy bien. Pero como el ajuste a la distribución eclíptica da mejor con dos Gaussianas. Entonces usan dos Gaussianas por el  $\sin(i)$  para ajustar la distribución total. El mejor ajuste da:  $a = 0.93$ ,  $\sigma_1 = 2.2^\circ$  y  $\sigma_2 = 17^\circ$ .

Dada la distribución total de inclinaciones podemos calcular las distribu-

Figure 7:



ciones de inclinación ecliptical y de latitudes para el modelo dentro de  $1 \sigma$ . (fig. 7 o 12 del paper)

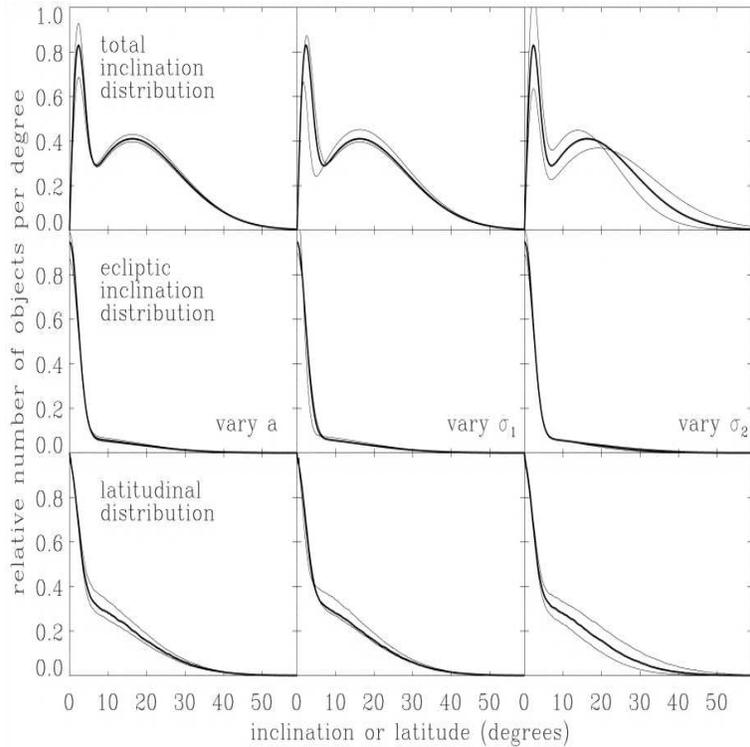
### 1.3.3 SDOs

Se conocen pocos SDOs entonces la determinación de la distribución es menos precisa. Solo 10 SDOs se han encontrado con  $\beta < 0.5^\circ$  (ver fig. 8 o 13 del paper).

Por tanto la estimación de la distribución de inclinaciones es particularmente mala. En base a lo anterior prueban con una Gaussiana simple por el  $\sin(i)$  para encontrar el ajuste a la distribución total. El mejor ajuste da  $\sigma = 20^\circ \pm 4^\circ$ .

Se cree que el ajuste tan pobre se puede deber al hecho de suponer órbitas

Figure 8:



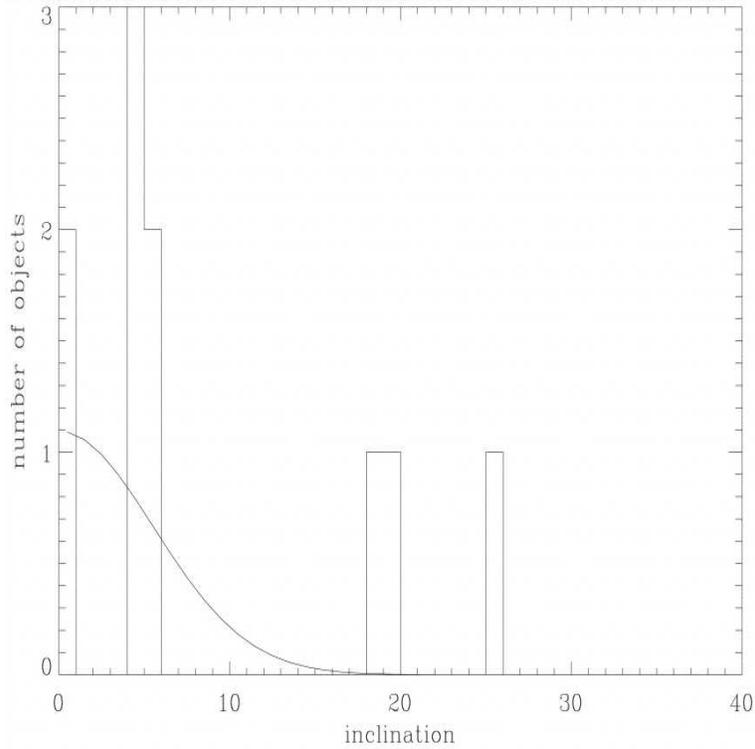
circulares, lo cual no es válido para SDOs.

También se obtienen de la distribución total las distribuciones de inclinación eclíptica y de latitudes para el modelo dentro de  $2\sigma$ . (fig. 9 0 14 del paper)

## 1.4 Limitaciones

Una gran limitación del método es la suposición de órbitas circulares. Eso no es correcto para los plutinos y SDOs. Se exploran los errores causados por esta suposición construyendo una variedad de plutinos y SDOs artificiales, que simulan las observaciones de estos objetos y se trata de determinar las distribuciones de inclinaciones usando el método. Llegan a la conclusión que

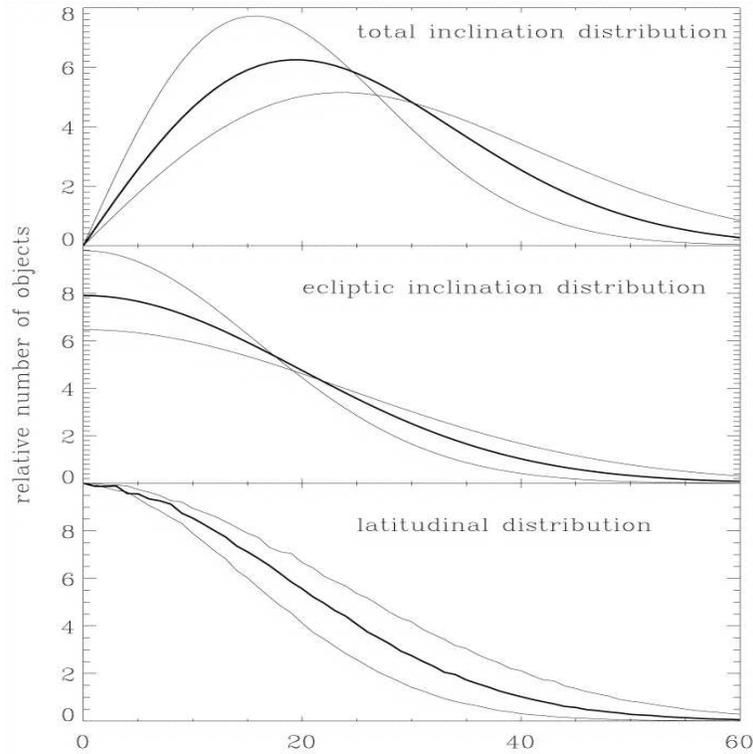
Figure 9:



el método es robusto para los Plutinos, incluso para excentricidades más altas que la de los plutinos conocidos. Para los SDOs también es robusto y da resultados físicamente significativos. El ajuste relativamente pobre que se obtuvo puede ser consecuencia del amplio rango de excentricidades en el SD.

Otra limitación en los resultados proviene no del método sino de los posibles errores en los parámetros orbitales de los EKBOs. Los objetos con órbitas pobremente determinadas como los objetos con una oposición, pueden estar mal clasificados dinámicamente y contaminar otra clase. En particular, la inclinación es muy pobremente determinada. Sin embargo se rehizo todo para los objetos con órbitas determinadas de oposiciones múltiples y se ve que los resultados no cambian en general. Por tanto, la mala clasificación accidental de los objetos y los errores en las inclinaciones iniciales parecen

Figure 10:



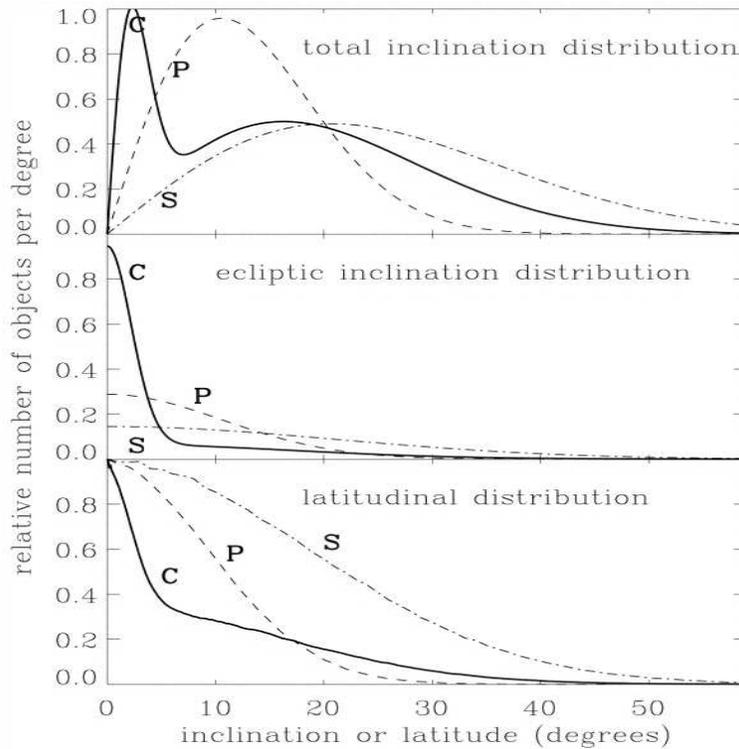
tener un efecto pequeño en los resultados finales.

## 1.5 Discusión

En la fig. 10 (16 del paper) y la tabla se resumen los resultados.

**Plutinos:** Malhotra (1995) encuentra que las inclinaciones y excentricidades de los EKBOs pueden crecer por la captura en resonancia producida por la migración hacia afuera de Neptuno. Sin embargo en la simulación de Malhotra, no se alcanzan inclinaciones tan altas como las observadas. En contraste, aquí se encuentra que la mitad de los objetos tienen  $i < 10$  y el 15% tienen  $i > 20$ . Pero puede ser posible que la migración y captura sea el mecanismo principal responsable de las altas  $i$  de los plutinos.

Figure 11:



**Clásicos:** Se piensa usualmente que los objetos clásicos están en los lugares no perturbados donde se formaron. Pero, existe una fracción significativa de ellos que han sido altamente perturbados. Se investigó la posibilidad de que estén viciados de los scattered. Pero se sigue encontrando una segunda Gaussiana para ajustar las inclinaciones. Por otro lado, las inclinaciones de los EKBOs observados se distribuyen en un rango mayor que las excentricidades.

Se han propuesto varios mecanismos para excitar los CEKBO.

- Los modelos de migración planetaria muestran que las inclinaciones crecen aun cuando no son capturados en resonancia con Neptuno, pero no se obtiene inclinaciones mas altas que 10 grados.

Figure 12:

TABLE 1  
SUMMARY OF BEST-FIT KBO DISTRIBUTIONS

Population	Number	$a^a$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$f_1^b$	$f_2^c$	$A_e^d$	FWHM
All objects .....	379	$0.83 \pm 0.03$	$2.6_{-2}^{+8}$	$15 \pm 1$	0.26	0.74	$8100_{-1100}^{+1500}$	$12.5 \pm 3.5$
Plutinos .....	70	1.00	$10.2_{-4.8}^{+2.5}$	...	1.00	...	$9300 \pm 1800$	$23 \pm 5$
Classical .....	251	$0.93 \pm 0.02$	$2.2_{-6}^{+2}$	$17 \pm 3$	0.19	0.81	$6100 \pm 2100$	$6.8_{-3.6}^{+2.0}$
Scattered .....	50	1.00	$20 \pm 4$	...	1.00	...	$17000 \pm 3000$	$44 \pm 10$

<sup>a</sup> Best fit to a total inclination distribution of the form  $f_i(i) = \sin i [a \exp(-i^2/2\sigma_1^2) + (1-a) \exp(-i^2/2\sigma_2^2)]$ .

<sup>b</sup> Fraction of objects in the narrow Gaussian distribution.

<sup>c</sup> Fraction of objects in the wide Gaussian distribution.

<sup>d</sup> Effective area.

- También planetesimales grandes moviéndose en el EKB pueden también excitar las excentricidades e inclinaciones de los EKB. Pero tales objetos remueven los objetos en la resonancia 3:2 y además no se observan actualmente.
- Un encuentro estelar en la historia del sistema solar temprano pudo haber excitado las excentricidades e inclinaciones, no habría afectado a los plutinos pero si a la resonancia 1:2. En las simulaciones de esto se ve que aun el nro de objetos con baja  $i$  es pequeño, pero puede deberse al hecho de haber creado muchos objetos con  $e$  alta sin tener en cuenta que se habrían evaporado. Se cree que este escenario es bastante promisorio.

Tegler y Romanishin (2000) encuentran evidencias de que el CEKB puede dividirse en al menos 2 poblaciones una con colores rojos y bajas  $i$  y otra con colores neutros y alta  $i$ . Levison y Stern (2001) sugieren que el CEKB, se puede dividir en una población más debil de baja  $i$  y otra más brillante de alta  $i$ .

Ambos efectos pueden estar relacionados con la distribución de  $i$ .

**SDO:** Las distribuciones de inclinación y de latitud anchas de los SDOs

son consistentes con la formación por scattering por Neptuno. También parece que existe algún mecanismo que aumenta las  $i$  más allá de lo esperado, aunque en esta región la estadística es pobre.